



INSPECTORATUL
ȘCOLAR AL
JUDEȚULUI
VÂLCEA



SOCIETATEA
DE ȘTIINȚE
MATEMATICE
DIN ROMÂNIA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I

a) Determinați numerele întregi x, y, z care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $x \cdot y \cdot z = -500$;

ii) $x(3y - z) + y(3z - x) + z(3x - y) - (x + y - z)^2 = 7z^2$.

Gheorghe Radu, Rm. Vâlcea

b) Numerele reale nenule a și b verifică egalitatea $a^2 \cdot b^{-2} - 3 \cdot a^{-2} \cdot b^2 = 2$. Să se arate că a și b nu pot fi simultan numere raționale.

Maranda Linț și Dorin Linț, Deva, G.M.

SUBIECTUL II

Se consideră expresia $E(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1, x \in \mathbb{R}$.

a) Demonstrați că $\sqrt{E(x)} \in \mathbb{N}$, pentru orice $x \in \mathbb{N}$;

b) Arătați că $\sqrt{\sqrt{E(x^2)}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}$.

Constantin Bărbășcu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL III

În triunghiul ABC avem $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $tg(\sphericalangle B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ și $BC = 5\sqrt{6}$ cm.

a) Calculați aria triunghiului ABC ;

b) Dacă $MA \perp (ABC)$ și $MA = 4\sqrt{6}$ cm, aflați distanța de la M la CD , unde $[CD]$ este mediană în $\triangle ABC$;

c) Dacă $AN \perp CD, N \in [CD]$ și $AN \cap BC = \{O\}$, demonstrați că $[BO] \equiv [OC]$.

Leon Genoiu, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL IV

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ având muchia de lungime a se consideră punctele $M \in (BC)$ și $N \in (DD')$. Fie $\{P\} = AC \cap DM$ și $\{Q\} = NC \cap DC'$.

a) Dacă M și N sunt mijloacele muchiilor (BC) , respectiv (DD') , calculați lungimea lui $[MN]$.

b) Demonstrați că $PQ \parallel (ABC') \Leftrightarrow BM = ND'$.

Constantin Bărbășcu, Rm. Vâlcea

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.

Toate subiectele sunt obligatorii.